

De jonge sterke rekenaar

NA EEN UITDAGENDE REKENVRAAG IS HET ALTIJD EVEN STIL

In dit artikel beschrijft de auteur hoe je als leerkracht de jonge sterke rekenaars met behulp van uitdagende rekenvragen kunt prikkelen en hen verder kunt helpen in het ontwikkelen van hun reken-wiskunde-vaardigheden. Aan de hand van beschrijvingen van lessituaties worden handvatten aangereikt hoe je uitdagende rekenvragen en -opdrachten kunt formuleren en hoe je bestaande opgaven uitdagender kunt maken.

Tekst

Suzanne Sjoers

De auteur is werkzaam bij Stichting Leerplan Ontwikkeling (SLO)

Na enkele weken opstarten en wennen in groep 3, zijn na de herfstvakantie ook de plusklaslessen rekenen gestart. Hand in hand en wat onwennig komen de leerlingen binnen voor de eerste les en ik nodig ze bij mij uit aan de grote tafel. Het lokaal kijkt uit op het schoolplein, waar altijd veel gevoetbald wordt. 'Die op het raam is van mijn roze bal,' roept Inez uit terwijl ze wijst naar een balafdruk op het grote raam. 'Hoe weet je dat? Ik zie alleen maar een grijze cirkel en geen roze bal,' antwoord ik. De leerlingen kijken me aan en ik zie ze nadenken. Het ijs is gebroken.



HONGER NAAR KENNIS

Een kenmerk van jonge sterke rekenaars is hun nieuwsgierigheid naar en hun interesse in alle aspecten die met rekenen-wiskunde te maken hebben (Kruteskii, 1976). De nieuwsgierigheid is in feite een honger naar kennis om aspecten die met rekenen-wiskunde te maken hebben, te kunnen verklaren. Deze nieuwsgierigheid uiten jonge sterke rekenaars door vragen te stellen. Andersom kun je als leerkracht de nieuwsgierigheid verder prikkelen door vragen terug te stellen. Door het stellen van de juiste vragen bereik je het doel om verdieping en verbreding te geven aan de onderwerpen die in de reguliere rekenles aangeboden worden. Of aan situaties die ze zelf inbrengen. Maar welke vragen stel je dan als leerkracht? Hoe laat je kinderen dieper nadenken over iets als een roze bal?

Inez kijkt een beetje ongemakkelijk omdat ik haar nieuwe roze bal niet meteen herken. 'Maar daar hebben we gisteren mee gevoetbald toen het regende. Mijn nieuwe bal is toen helemaal vies geworden!' Ik zeg dat ik kan zien dat de bal vies was. Ik zie haar verbazing. Bas vraagt mij 'was jij hier gisteren dan ook aan het voetballen?' Ik antwoord dat ik er niet bij was, maar dat ik aan de afdruk kan zien dat het gisteren regende. 'Hoe komt het dat ik wel kan zien dat de bal vies was maar dat ik niet kan zien dat de bal roze was?' vraag ik aan de leerlingen. 'Daarom' antwoordt Sven.

REKEN- EN WISKUNDETAAL

Bij het vragen stellen aan jonge sterke rekenaars kan de verwerking hiervan nog niet in woorden op papier plaatsvinden, omdat hun schrijfvaardigheid zich nog niet, of nog maar net aan het ontwikkelen is. Wel is het praten met elkaar om antwoorden te formuleren mogelijk. In het reken-wiskundeaanbod is het belangrijk dat leerlingen leren een probleem wiskundig op te lossen en deze oplossing in wiskundetaal aan anderen uit te leggen. In de midden- en bovenbouw zie je dat sterke rekenaars vaak moeite hebben met de transfer van deze oplossing in woorden naar een formulering op papier. Sterke rekenaars komen vaak snel tot een antwoord op een vraag, maar krijgen de weg er naar toe niet of moeilijk op papier. Sterke rekenaars

Volgens Bartjens jaargang 38, september 2018, nummer 1

ervaren dit vaak als: 'Ik kan niet rekenen.' Dit kunnen zij wel, maar ze moeten leren inzien dat het omzetten van gedachten naar uitwerking op papier een vaardigheid is die voor hen nog onbekend is en die ook ontwikkeld moet worden (Sjoers, 2017). Bij jonge sterke rekenaars kan het maken van een tekening een hulpmiddel zijn. Zo'n tekening kan hen helpen om woorden te vinden bij hun gedachten. En die tekening geeft weer aanknopingspunten voor nieuwe vragen...

De leerlingen zijn druk aan het tekenen en terwijl ze bezig is komt Inez zelf tot de conclusie 'dat je aan de afdruk van een bal niet kunt zien welke kleur de bal heeft, net als bij een schoenafdruk, dan zie je ook niet welke kleur de schoen heeft.' Mooi om te zien dat Inez het begrip 'afdruk' nu gebruikt in plaats van haar eerdere 'die op het raam'.

De leerlingen hebben de smaak te pakken en vragen wat ze nog meer kunnen tekenen: 'Stel je voor dat Inez de bal heel hard tegen het raam had geschopt, hoe had de afdruk er dan uitgezien?'

'Kun je een gebouw tekenen waar nooit een bal tegen het raam kan komen?'

Na een goede uitdagende rekenvraag, is het altijd even stil...



Uitdagende rekenvragen zijn vragen die niet gericht zijn op het reproduceren van parate kennis. Door middel van uitdagende vragen worden sterke rekenaars gestimuleerd om de opgedane reken-wiskunde-feiten, -vaardigheden en -begrip wendbaar te gebruiken. Bijvoorbeeld door deze toe te passen in een nieuwe situatie. Dit wendbaar gebruiken is een onderwijsbehoefte van sterke rekenaars. Sterke rekenaars zijn meer geïnteresseerd in het 'waarom' dan in de bewerking zelf (Sheffield, 1994). Voor hen zijn feiten of vaardigheden geen doel, maar een middel om deze te bewerken tot nieuwe opbrengsten. Daarnaast kunnen uitdagende rekenvragen als signaleringsmiddel dienen om in potentie sterke rekenaars in beeld te krijgen. Door aan alle leerlingen deze uitdagende vragen voor te leggen, krijgen zij allemaal de gelegenheid om met deze vragen aan de slag te gaan.

Uitdagende vragen stellen is nooit een doel op zich. Het doel van een vraag is het stimuleren van het leren van de leerling (van Zanten, 2017). Daarbij is een uitdagende rekenvraag ook gekoppeld aan reken-wiskunde-inhoud. Een uitdagende rekenvraag richt zich dan op verbreding of verdieping van die inhoud. Uitdagende rekenvragen formuleren die verdieping brengen op de inhoud beginnen vaak met de volgende woorden:

- Bedenk een ideale...
- Wat zou er gebeuren als...?
- Hoe kan het dat...?
- Stel je voor dat...
- Is het altijd zo dat...?
- Kun je een voorbeeld bedenken waarbij het niet zo is?

“

Uitdagende rekenvragen zijn vragen die niet gericht zijn op het reproduceren van parate kennis.

Voorbeeld: Bij het reken-wiskunde aanbod in de basisschool is het belangrijk dat leerlingen in allerlei betekenisvolle situaties leren om verhoudingsgewijs te vergelijken en te ordenen op grootte. Voor jonge sterke rekenaars kun je hierbij verschillende uitdagende vragen formuleren:

- Als je een kilo van iets neemt en je stopt dit in een doos, is het dan zo dat de doos altijd even vol is?
- Twee appels zijn samen net zo zwaar als drie bananen. Wat is dan zwaarder, 1 appel of 1 banaan?
- Een vrachtauto vol met zand wordt gewogen. Bedenk een ideale manier om erachter te komen hoeveel het zand weegt.
- Is het altijd zo dat als je meer ranja gebruikt dat de limonade sterker wordt?
- Kun je een voorbeeld tekenen van een poppetje waarbij drie lichaamsdelen niet in verhouding zijn met de rest van het poppetje?

REKEN-WISKUNDIGE BASIS

Om antwoorden te kunnen formuleren op uitdagende rekenvragen, hebben leerlingen een stevige basis van reken-wiskundekennis nodig. Ook bij het aanleren van nieuwe reken-wiskunde-kennis of bij het inoefenen van reken-wiskundevaardigheden kun je gebruik maken van uitdagende rekenvragen.

SVEN

'Als je een getal groter maakt en je telt dit getal op bij een ander getal, dan wordt het antwoord evenveel groter als het eerste getal', filosofeert Sven hardop, terwijl hij in de gaten houdt of ik wel naar hem luister. Ik begrijp wat hij bedoelt: $7 + 2 = 9$, als ik het eerste getal 3 groter maak, krijg ik $(7 + 3) + 2 = (9 + 3)$, de redenering van Sven klopt.

'Kun je daar een voorbeeldsom bij geven, Sven,' vraag ik hem. Een bewuste vraag van mij, omdat de groepsleerkracht heeft aangegeven dat het automatiseren van de sommen onder de 20 bij Sven moeizaam verloopt.

'7 + 2 is...' en het blijft lang stil. Dan gokt hij het antwoord 10 en kijkt mij vragend aan of dat antwoord goed is.

Een kenmerk van sterke rekenaars is dat ze vaak een uitstekend begrip hebben van concepten, terwijl ze tegelijkertijd hun basisvaardigheden minder goed ontwikkeld hebben (Rotigel, 2000). Bij Sven is duidelijk zichtbaar dat hij goed abstract kan redeneren over het concept optellen, maar qua rekenvaardigheid hiermee opvallend achterblijft, zelfs ten opzichte van de rest van groep 3.

Een valkuil voor de leerkracht is te concluderen dat Sven met zijn abstracte opmerking hierdoor ook de rekenvaardigheid beheerst. De leerkracht van Sven heeft dit goed geobserveerd. Het is van belang voor de doorgaande ontwikkeling van een leerling als Sven om aandacht aan de basisvaardigheden te besteden, waar mogelijk op een wijze die beter aansluit bij hoe Sven leert. Immers, de huidige werkwijze heeft bij Sven zelfs tot een relatieve achterstand geleid.

Niet al het pluswerk dat methodes leveren is ook echt uitdagend voor sterke rekenaars. 'Maak een woord van 20' is de opdracht waar we een volgende plusklasles mee beginnen. Basis voor deze uitdagende rekenopdracht is een opdracht uit Breinwerk groep 4 waar leerlingen bij elk getal de goede letter en zo de verborgen zin moeten vinden. Door de vraag bij de opdracht te veranderen, wordt de opdracht aan de ene kant uitdagender en aan de andere kant meer geschikt voor leerlingen midden groep 3. Rekenen over de 100 is daar nog niet aangeboden, maar dat is het doel dan ook niet van deze opdracht.



Bron: RekenZeker Speurwerkboek groep 4

Sven houdt van wedstrijdjes, vooral van wedstrijdjes winnen. Al snel heeft hij een woord bedacht en gaat rekenen. De opdracht blijkt toch lastiger dan hij in eerste instantie dacht. 'Sommige letters kun je sowieso niet gebruiken. Waarom niet?' vraag ik Sven. 'Wat kun je zeggen over het aantal letters dat je kunt gebruiken?' was een andere vraag om hem op weg te helpen. Maar die vragen zijn al snel niet meer nodig. Sven rekt met rode wangen en roept dat hij een woord van 24 heeft. 'D I K is 4 erbij 9 erbij 11 en dat is 24'. Zolang Sven rekt, reken ik het goed.

Naast het veranderen van de opdracht bij een bestaande rekenopgave, zijn er nog andere manieren om opdrachten uit de reken-wiskunde-methode uitdagender te maken:

1. Voeg een extra uitdagende vraag toe aan de opdracht. Zeker als een opdracht bestaat uit gesloten vragen, kan een extra vraag die meer open is, de opdracht uitdagender maken en geeft meer mogelijkheden om te leren.

17 → [robot with '+7'] → ... 24 → [robot with '-5'] → ...

9 maak de reeks af.

5 + 5 = 10
10 - 2 = 8
steeds +5 en -2.

5	10	8	13	11	16				
27	31	29	33						
23	30	26	33						

Bron: Getal & Ruimte junior – leerwerkboek 3 – blok 9

Voorbeeld van een extra vraag toevoegen:
*Bedenk zelf een reeks getallen en laat je schoudermaatje de regelmaat ontdekken.
Kun je ook een reeks bedenken die eindigt op 0?*

smileys

voorbeeld

op elk vlak van dit blokje plak ik een smiley. hoeveel smileys plak ik?

6 smileys op het blokje.

op elk vlak van elk blokje staat een smiley. hoeveel smileys?

Bron: Rekentijger groep 3, boekje A

2. Herformuleer de vraag zodat deze uitdagender wordt.

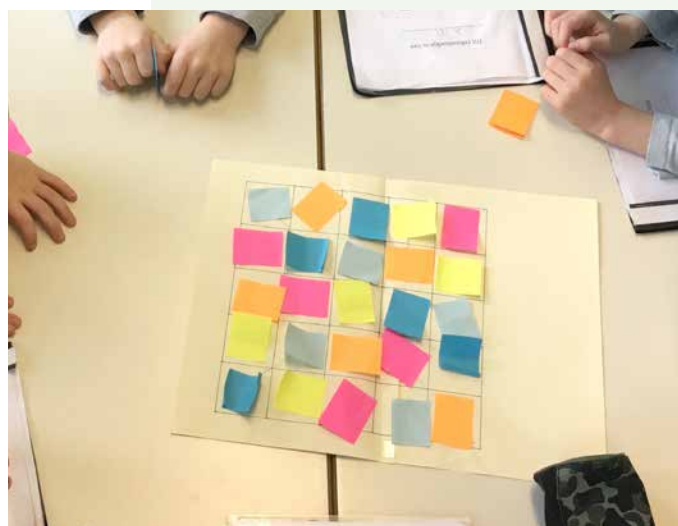
Voorbeeld van een hergeformuleerde vraag:
Hoeveel smileys moet ik minimaal plakken?

Het formuleren en stellen van uitdagende rekenvragen is een vaardigheid die je als leerkracht moet ontwikkelen, maar die jou en je leerlingen veel plezier zal brengen en bovendien stimulerend zal werken. Wanneer je de uitdagende vragen, gesteld tijdens de instructie, toevoegt aan de rekenopgaven en noteert in de handleiding, ontstaat vanzelf een bron aan verrijking die je jaarlijks kunt gebruiken en verder kunt aanvullen. Wees niet bang om daarbij de lat hoog te leggen voor de leerlingen. Door het formuleren van open, creatieve opdrachten zonder 'plafond-effect' (Schrover, 2015) zullen leerlingen die meer in huis hebben, ook meer kunnen laten zien. Bij sommige sterke rekenaars zul je verbaasd staan wat dit oplevert... Zoals bij Max:

MAX

Vandaag staat er een activiteit centraal rondom het doel 'praktische en formele rekenwiskundige problemen oplossen en redeneringen helder weergeven.' Hierbij geef ik de leerlingen de uitdagende opdracht: ik wil graag dat ze een kunstwerk maken voor mijn nieuwe huis. Ik geef ze een blad met daarop een vlak van 4 bij 4 hokjes. Ook krijgen ze 4 verschillende kleuren memootjes. De opdracht is om de 16 vakjes te vullen maar er mag van elke kleur maar 1 in elke rij, kolom en diagonaal.

De leerlingen gaan druk aan het werk, trial and error, maar ze lopen vast. Dit vastlopen, evalueren waarom het fout ging en doorzetten met een andere aanpak gaat steeds beter in deze groep. Wanneer ze alles hebben geprobeerd, komt Max gelukkig met de gouden tip voor zijn medeleerlingen: in elke hoek moet



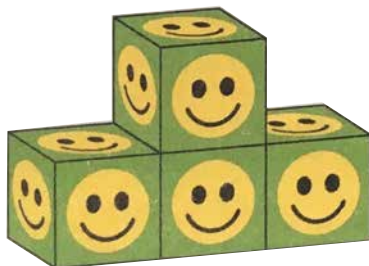
“

Het formuleren en stellen van uitdagende rekenvragen is een vaardigheid die je als leerkracht moet ontwikkelen, maar die jou en je leerlingen veel plezier zal brengen en bovendien stimulerend zal werken.

een andere kleur! De leerlingen zijn trots op het resultaat, maar ook wat teleurgesteld. Inez, het meisje van de roze bal, is er vandaag niet bij en het is zo'n leuke opdracht. 'Zullen we volgende week nog een maken maar dan met 5?' vraagt Max. 'En dan moet de 5^e kleur in het midden!'

MEER LEZEN OVER VRAGEN STELLEN?

Pope, G. (2017). *Vraagtechnieken in de klas*. Meppel: Bazalt Educatieve Uitgaven.



Literatuur:

Krutetskii, V.A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in schoolchildren*. Chicago, IL: University of Chicago Press.

Rotigel, J.V. (2000). *Exceptional mathematical talent: Comparing achievement in concepts and computation*. Pennsylvania: Indiana University of Pennsylvania.

Schrover, E., (2015). *Uitdagend onderwijs aan hoogbegaafde leerlingen - Verrijkingstrajecten met effect*. Assen: Koninklijke Van Gorcum B.V.

Sjoers, S. (2017). *Sterke rekenaars in het basisonderwijs*. Amersfoort: CPS Onderwijsontwikkeling en advies.

Sheffield, L.J. (1994). *The development of gifted and talented mathematics students and the National Council of Teachers of Mathematics Standards*. Storrs: National Research Center on the Gifted and Talented, University of Connecticut.

Van Zanten, M. (2017). Vragen stellen in de reken-wiskundeles. In: M. van Zanten (red). *Rekenen-wiskunde in de 21^e eeuw. Ideeën en achtergronden voor primair onderwijs* (pp. 175-179). Utrecht / Enschede: Panama, Universiteit Utrecht, NVORWO / SLO.

Ronald Keijzer

Volgens Bartjens

ONTWIKKELING EN ONDERZOEK



Bij ieder nummer van het tijdschrift Volgens Bartjens verschijnen twee artikelen onder de noemer van Volgens Bartjens – Ontwikkeling en Onderzoek. Deze twee artikelen zijn alleen digitaal

beschikbaar. Voor dit nummer gaat het om twee artikelen over de rekenvaardigheid van aankomende leraren en hoe de lerarenopleiding daarop greep probeert te krijgen. Het eerste artikel is van de hand van Ronald Keijzer, Wim Brouwer en Jos van den Bergh. Als redactieleden van de landelijke kennisbasistoets zagen zij dat opgaven in de toets over het kwadratisch en kubisch vergroten voor studenten telkens weer problematisch zijn. Bij dergelijke opgaven gaat het om het effect van een gegeven schaal op de oppervlakte of inhoud van een object. De aanpak die zij voorstellen om

studenten te ondersteunen, het spreken over welke uitleg helpt, is waarschijnlijk in meer situaties bruikbaar.

Het tweede artikel is van de hand van Petra Hendrikse en Anouk Beekman. Zij onderzochten welke pabotoetsen voorspellen hoe de student het gaat doen op de landelijke kennisbasistoets. Met deze gegevens informeerden ze studenten over welke investering nodig is. Zij merkten dat studenten hierdoor vaak gestimuleerd werden harder te werken als dat gewenst is. Zij zagen dat sommige studenten ook afgeremd werden met kennis over hun slaagkansen.

Artikelen in Volgens Bartjens – Ontwikkeling en Onderzoek zijn kosteloos verkrijgbaar via de site van Volgens Bartjens. Kies daarvoor op www.volgens-bartjens.nl achtereenvolgens in de woordwolk aan de linkerkant van het scherm 'Ontwikkeling en onderzoek'.